CAHIER POUR PREPARER SA RENTREE
EN PREMIERE

Ce cahier a été élaboré par des professeurs du lycée Elie Faure de Lormont et du lycée Brémontier de Bordeaux puis remanié et amélioré par les professeurs du lycée CAMUS. Il est fortement inspiré des travaux de l'IREM de Clermont Ferrand - Groupe Aurillac-Lycée et du livret de liaison du Lycée Louis Bascan (78).
Il s'agit d'un recueil de méthodes et outils portant sur une partie du programme de seconde essentielle pour bien commencer l'année de première.
Ce travail sera d'autant plus efficace si vous le faites avec sérieux et de manière autonome.
Quelques conseils d'organisation :

- Echelonner votre travail sur une ou deux semaines (4 à 6 exercices par jour), de préférence pendant les semaines qui précèdent la rentrée.
- S'assurer que l'on maîtrise le cours avant de faire les exercices en s'interrogeant au brouillon sur ce que l'on sait concernant le sujet abordé.
- Faire attention au soin et à la rédaction.
- Les exercices signalés par des étoiles et ceux qui sont à la fin du cahier sont plus difficiles et demandent un peu plus de recherche.

Bon courage à tous et bonnes vacances !

Les professeurs de mathématiques du lycée Camus

I. Calcul numérique et littéral

Outils

- **Somme** $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ ☞ les fractions doivent avoir le même dénominateur.
- **Produit** $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ ☞ On mulutiplie numérateurs et dénominateurs entre eux.
- **Quotient** $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ ☞ diviser c'est multiplier par l'inverse.

Exercice n°1

Sans utiliser la calculatrice, écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec $a\in\mathbb{Z}$ et $b\in\mathbb{N}$ le plus petit possible.

1. $D=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$; **2.** $E=\frac{2}{3}-\frac{3}{4}+3\left(\frac{4}{5}-\frac{5}{6}\right)$; **3.** $F=\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{7}{5}}{\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}+1}$.

Exercice n°2

Calculer sans calculatrice.

1. $A=\frac{3^{27}-3^{29}}{3^{28}}$

2. $B=\frac{2^5\times4^{-5}}{8}$;

3. $C=\frac{3^{-6}\times5^5}{(5^2)^3\times3^{-5}}$;

4. $D=\frac{8^2\times9^{-5}}{3^{-11}\times2^8}$;

5. $E=\frac{3^{1505}+3^{1505}+3^{1505}}{3^{1506}}$.

Outils - Calculs avec des radicaux

- **Définition**
  Pour tout réel positif a, $\sqrt{a}$ est le réel positif dont les carré est a.
  Autrement dit, pour tout a positif, $\sqrt{a}^2=a$.
  Attention : pour tout a, $\sqrt{a^2}=|a|$.
- **Produit**
  $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$
- **Quotient**
  $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

la formule ci-contre est valable pour a et b réels **positifs**, et b non nul pour le quotient

Attention :

$$\sqrt{3^2+4^2}\neq3+4$$

Exemples - Opérations avec des radicaux

$G = \sqrt{49}$

$G = \sqrt{7^2}$

$G = 7$

$H = \dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{56}}$

$H = \sqrt{\dfrac{14}{56}}$

$H = \sqrt{\dfrac{1}{4}}$

$H = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \dfrac{1}{2}$

On utilise $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$I = \sqrt{48} + \sqrt{12}$

$I = \sqrt{3 \times 4^2} + \sqrt{3 \times 2^2}$

$I = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$I = 6\sqrt{3}$

On utilise $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

Exercice n°3

Sans utiliser la calculatrice, écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ le plus petit possible.

1. $J = \sqrt{48}$;

2. $K = \sqrt{36 + 64}$;

3. $L = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{48}$;

4. $M = \dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$.

Exercice n°4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = 2x - 3 + \dfrac{1}{x+1}$.

1. Montrer que, pour tout $x \neq -1$, on a $f(x) = \dfrac{2x^2 - x - 2}{x+1}$.

2. Effectuer les calculs d'image suivants.
On donnera le résultat sous la forme la plus simple possible.

a. $f\left(\dfrac{2}{3}\right)$; **b.** $f\left(\sqrt{5}\right)$; **c.** $f\left(\sqrt{3} - 1\right)$.

Outils

Identités remarquables

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Développer des expressions

Recopie et complète les pointillés.

$A = 2(3x-1)^2 - (5x+3)(2-3x)$

$A = 2(\cdots x^2 - \cdots + 1) - (10x - \cdots + \cdots - \cdots)$

$A = 18x^2 - \cdots + 2 - 10x + \cdots - \cdots + \cdots$ donc $A = \cdots$

Solution : $A = 2(9x^2 - 6x + 1) - (10x - 15x^2 + 6 - 9x)$

$A = 18x^2 - 12x + 2 - 10x + 15x^2 - 6 + 9x$ donc $A = 33x^2 - 13x - 4$

Exercice n°5

En utilisant la même méthode, développe les expressions suivantes :

$B = (2x-9)(3-2x) + 5(2x+1)^2$ $C = 4(x-6)^2 - 3(5x+3)(5x-3)$

Exemple guidé - Factoriser des expressions

Recopie et complète les pointillés.

$A = 6x + 3 + 4(2x+1)^2$

$A = \cdots(2x+1) + 4(2x+1)(\cdots)$

$A = (2x+1)(\cdots + 4(\cdots))$

$A = (2x+1)(\cdots + 8x + \cdots)$ donc $A = (\cdots)(\cdots)$

Exercice n°6

En utilisant la même méthode, factorise les expressions suivantes :

$B = 2(5x-1)^2 + 10x - 2$ $C = (x^2 - 4) - (x+2)^2$

Exemple guidé - Factoriser des expressions

Recopie et complète les pointillés.
$A = 36x^2 - (5x+1)^2$

$A = (\cdots)^2 - (5x+1)^2$

$A = ((6x) + (\cdots))\,((6x) - (\cdots))$

$A = (6x \cdots)\,(6x \cdots)$ donc $A = (\cdots)(\cdots)$

Exercice n°7

En utilisant la même méthode, factorise les expressions suivantes :

$B = (4x-3)^2 - 25x^2$ $C = 49 - (5x+2)^2$

Exemple guidé - Ecrire sous forme d'une seule fraction.

Recopie et complète les pointillés.

$A = 4 + \dfrac{3}{x+2}$

$A = \dfrac{4 \times (\cdots + \cdots)}{x+2} + \dfrac{3}{x+2}$

$A = \dfrac{\cdots + \cdots}{x+2} + \dfrac{3}{x+2}$ donc $A = \dfrac{\cdots + \cdots}{x+2}$

Solution : Pour tout réel différent de -2, $A = \dfrac{4(x+2)}{x+2} + \dfrac{3}{x+2}$ $A = \dfrac{4x+8+3}{x+2}$ donc $A = \dfrac{4x+11}{x+2}$

Exercice n°8

En utilisant la même méthode, écris sous la forme d'une seule fraction les expressions suivantes :

$B = \dfrac{2x}{3x-1} - 5$ $C = \dfrac{4}{2x+6} - \dfrac{3}{x-5}$

Exercice n°9

Soit x la largeur d'un rectangle. Elle est égale à sa longueur moins 7.

1. Exprime le périmètre de ce rectangle en fonction de x.
2. Exprime l'aire de ce rectangle en fonction de x.
3. Calcule son périmètre et son aire si $x = 13$cm.

Exercice n°10

Une piscine propose deux formules pour le paiement des entrées.

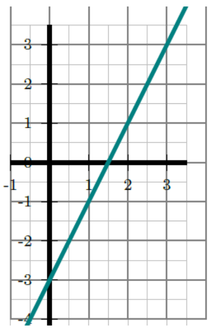
- Première formule : abonnement annuel de 20€, plus 2 € par entrée ;
- Deuxième formule : 5€ par entrée.

1. Donne dans chacun des cas le prix payé en fonction de x.
2. Calcule le prix payé suivant les deux formules pour 4 entrées et pour 25 entrées.
   Dans chaque cas, quelle est la formule la plus avantageuse ?

II. Les fonctions

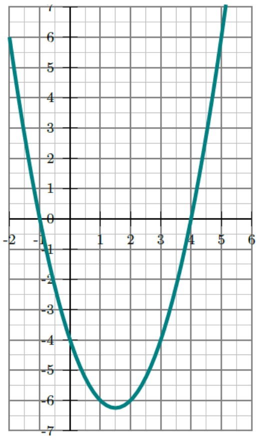
Exercice n°11

On considère la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 3$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1. Déterminer graphiquement l'image de 2 par f.
2. Retrouver ce résultat par le calcul.
3. Déterminer graphiquement l'antécédent par f de $-0,5$.
4. Retrouver ce résultat par le calcul.

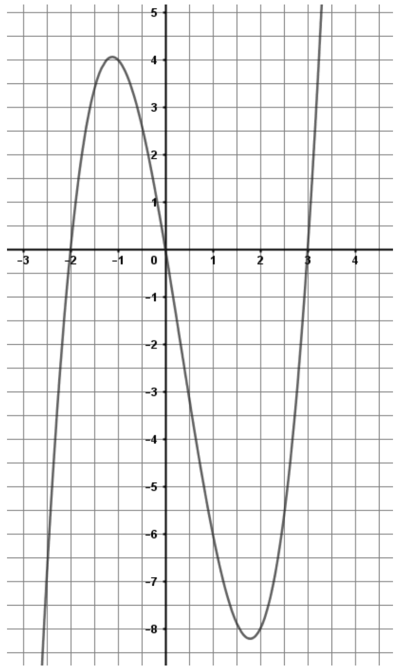
Exercice n°12



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x - 4$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

1. **a.** Déterminer graphiquement l'image par f de 5.
   b. Retrouvre ce résultat par le calcul.
2. Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -4$.
4. Dresser le tableau de variation de la fonction f .
5. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice n°13



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

1. **a.** Déterminer graphiquement l'image par f de $-\dfrac{3}{2}$.
   b. Retrouver ce résultat par le calcul.
2. **a.** Développer $(x-3)(x+2)$.
   b. En déduire l'expression factorisée de f.
   c. Calculer les antécédents de 0 par f.
   d. Retrouver graphiquement les résultats.
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f par lecture graphique.
4. En utilisant la factorisation de f, dresser le tableau de signes de f.
5. **a.** Déterminer graphiquement les antécédents de -6 par f.
   b. Factoriser $x^3 - x^2$ et $-6x + 6$.
   c. ✷ Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = -6$.

Exercice n°14

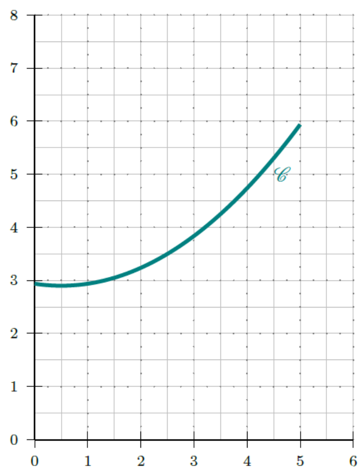
On considère les deux algorithmes donnés ci-dessous pour lesquels on saisit au départ une valeur pour x.

Algorithme 1	Algorithme 2
$a \leftarrow x^2$ $b \leftarrow -6 \times x$ $c \leftarrow a + b + 8$ Afficher c	$a \leftarrow x - 3$ $b \leftarrow a^2$ $c \leftarrow b - 1$ Aficher c

1. Faire tourner ces deux algorithmes pour $x = 2$, puis pour $x = -3$
2. Quelle conjecture peut-on formuler ? La démontrer.

Exercice n°15

Une entreprise fabrique des cartes à puces électronique à l'aide d'une machine.
La fonction f représente le coût d'utilisation de la machine en fonction de la quantité x de cartes produites, lorsque x est exprimé en centaines de cartes et $f(x)$ en centaines d'euros.
On a $f(x) = 0,15x^2 - 0,15x + 2,9375$
La courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f est donnée ci-dessous.



1. Déterminer graphiquement le nombre de cartes à produire pour avoir un coût minimal d'utilisation de la machine. (Valeur approchée à la dizaine de cartes près)
2. Chaque carte fabriquée est vendue 1,50 €.
   Exprimer, en fonction de x, la recette $R(x)$ perçue pour la vente de x centaines de cartes.
3. Représenter graphiquement la fonction R ainsi définie.
4. Exprimer en fonction de x, le bénéfice $B(x)$ réalisé pour la fabrication et la vente de x centaines de cartes.
5. On dira que l'entreprise réalise un bénéfice si $B(x) > 0$.
   En utilisant le graphique, indiquer la quantité minimale qui doit figurer sur le carnet de commandes de l'entreprise pour que celle-ci puisse réaliser un bénéfice. (Valeur approchée à la dizaine près)

III. Equations-inéquations

Exemple - Résolution d'une équation linéaire

$$\frac{3}{4}(2x-3)+3x=5x-\frac{2}{3}(5-9x)$$

Développer et se ramener à :

$$-\frac{13}{2}x=-\frac{13}{12}$$

Montrer alors que $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$

Exemple - Résolution d'une équation produit

$$81x^2-16=(9x-4)(2x-3)$$

Reconnaître une identité remarquable, factoriser et se ramener à :

$$(9x-4)(7x+7)=0$$

Montrer alors que $S=\left\{\frac{4}{9};-1\right\}$

Solution : Résoudre $81x^2-16=(9x-4)(2x-3)$ équivaut à résoudre $(9x)^2-4^2-(9x-4)(2x-3)=0$

Or $(9x)^2-4^2-(9x-4)(2x-3)=(9x-4)(9x+4)-(9x-4)(2x-3)$

$$=(9x-4)[(9x+4)-(2x-3)]$$

$$=(9x-4)(7x+7)=7(9x-4)(x+1)$$

Résoudre : $81x^2-16=(9x-4)(2x-3)$ équivaut à résoudre $7(9x-4)(x+1)=0$

7 est non nul, donc cette équation équivaut à $(9x-4)=0$ *ou* $(x+1)=0$ On obtient $S=\{-1;\ \frac{4}{9}\}$

Résolution d'une équation quotient nul

Pour résoudre une équation avec quotient : on commence par chercher la ou les valeurs interdites, puis on utilise la propriété :
« Un quotient $\frac{N}{D}$ est nul si et seulement si son numérateur N est nul ET son dénominateur D non nul »

Exemple 1 : Résoudre $\frac{2x-5}{x+3}=0$

$x+3=0$ pour $x=-3$, on dit que -3 est la valeur interdite

Ce quotient est nul si et seulement si son numérateur $2x-5$ est nul et son dénominateur $x+3$ est non nul

Donc pour tout réel $x\neq-3$, $\frac{2x-5}{x+3}=0$ si et seulement si $2x-5=0$ ce qui équivaut à $x=\frac{5}{2}$ $S=\{\frac{5}{2}\}$

Exemple 2 : Résoudre $\frac{x-5}{x-1}=3$

On cherche la valeur interdite : $x-1=0$ pour $x=1$. on dit que 1 est la valeur interdite

On se ramène ensuite à une équation quotient nul :

Pour tout réel $x\neq1$, $\frac{x-5}{x-1}=3$ équivaut à $\frac{x-5}{x-1}-3=0$

$$\frac{x-5}{x-1}-\frac{3(x-1)}{x-1}=0$$

$$\frac{x-5-3(x-1)}{x-1}=0$$

$$\frac{-2x-2}{x-1}=0$$

Ce quotient est nul si et seulement si son numérateur $-2x-2$ est nul et son dénominateur $x-1$ est non nul

Il reste à résoudre $-2x-2=0$ qui équivaut à $x=-1$. Conclusion : $S=\{-1\}$

Exercice n°16

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $2x+3=-3x+7$;
2. $-4x+1=9$;
3. $-x=x+16$;
4. $(-x-4)(-x+7)=0$;
5. $9(-3x-1)(6x-36)=0$;
6. $-x(x+16)(2-5x)=0$;
7. $\dfrac{5-8x}{x-2}=3$;
8. $\dfrac{-3x-1}{8-5x}=0$.

Exercice n°17 Ces équations sont plus difficiles, il faut factoriser ou mettre au même dénominateur.

✷ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $(5x-1)(x-9)-(x-9)(2x-1)=0$;
2. $(x-1)(2x-7)=4x^2-28x+49$;
3. $x+1=\dfrac{9}{x+1}$;
4. $\dfrac{3x-1}{x-5}=\dfrac{3x-4}{x}$;
5. $\dfrac{x^2-3x}{(x-3)^2}=4$.

Inéquation du premier degré

Exemple - Résolution d'une inéquation du premier degré

$2x-3 \leqslant 1$	$-5x-4 \leqslant 6$
$2x \leqslant 4$	$-5x \leqslant 10$
$x \leqslant 2$ donc $S =]-\infty; 2]$	$x \geqslant -2$ donc $S = [-2; +\infty[$

Exercice n°18

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $6x+7 > 4x+8$; **2.** $x+1 \geqslant 9x+25$; **3.** $-7 \leqslant 4x+9$.

Signe d'un produit

Exemple guidé - Etude du signe d'un produit

On veut étudier le signe dans $\mathbb{R}$ du produit $P(x) = (-2x-6)(x-5)$.
On cherche les valeurs qui annulent chaque facteur. On parle de racine d'une expression.

Racine de $-2x-6$:
$-2x-6 = 0 \iff \cdots$

Racine de $x-5$:
$x-5 = 0 \iff \cdots$

On étudie le signe de chaque facteur :

$\cdots$ $\cdots$

On complète le tableau avec les signes qui conviennent.

x	$-\infty$		$\cdots$		$\cdots$		$+\infty$
signe de $-2x-6$			0				
signe de $x-5$					0		
signe de $P(x)$			0		0		

On peut alors en déduire les solutions des inéquations $P(x) > 0$ ou $P(x) \leqslant 0$ ou tout autre inéquation.

Exercice n°19

1. Etudier le signe de $P(x) = (-3x+12)(7-2x)$.

2. En deduire les solutions de l'inéquation $P(X) \geqslant 0$.

Exercice n°20 Si ce n'est pas déjà fait, commencer par factoriser avant de faire un tableau de signes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $(x-8)(-1-10x) \leqslant 0$; **2.** $(3x+2)^2-(3x+2)(5x+1) \leqslant 0$.

Signe d'un quotient

Exemple guidé

On veut étudier le signe du quotient $Q(x) = \dfrac{3x+9}{x-2}$
Condition d'existence du quotient (autrement dit recherche de la valeur interdite.
$Q(x)$ existe $\iff x-2 \neq 0 \iff x \neq \cdots$

On a déjà la racine de $x-2$, il nous faut la racine de $3x+9$.
$3x+9 = 0 \iff x = \cdots$

On détermine le signe de $3x+9$ et de $x-2$.

$\cdots$ $\cdots$

On complète le tableau avec les signes qui conviennent.

x	$-\infty$		$\cdots$		$\cdots$		$+\infty$
signe de $3x+9$			0				
signe de $x-2$					0		
signe de $Q(x)$			0		$\|\|$		

On peut alors en déduire les solutions des inéquations $Q(x) > 0$ ou $Q(x) \leqslant 0$ ou tout autre inéquation.

Exercice n°21

1. Etudier le signe de $Q(x) = \dfrac{-2x+3}{x+4}$.

2. En déduire les solutions de l'inéquation $Q(x) \leqslant 0$.

Exercice n°22 On commence par écrire sous la forme d'un seul quotient, puis on dresse un tableau de signes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $\dfrac{3}{2x-7} \leqslant 0$; **2.** $5 + \dfrac{2}{x+3} \leqslant 0$.

IV. Géométrie

Exercice n°23

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

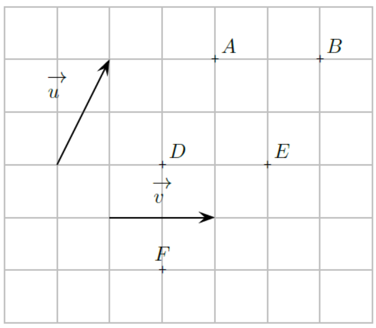
Pour chaque afirmation, trouver la (ou les) réponse(s) correcte(s).

1. $REVI$ est un parallélogramme, alors :

a. $\overrightarrow{RE} = \overrightarrow{VI}$ **b.** $\overrightarrow{ER} = \overrightarrow{VI}$ **c.** $\overrightarrow{RV} = \overrightarrow{EI}$ **d.** $\overrightarrow{IR} = \overrightarrow{VE}$

2. $SION$ est un parallélogramme, alors :

a. $\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{SI} + \overrightarrow{IO}$ **b.** $\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{NI}$ **c.** $\overrightarrow{SN} = \overrightarrow{SI} + \overrightarrow{ON}$ **d.** $\overrightarrow{IN} = \overrightarrow{IS} + \overrightarrow{IO}$



3. Dans la figure ci-contre, le vecteur $\vec{u}$ est égal à :

a. $\overrightarrow{CA}$ **b.** $\overrightarrow{DA}$ **c.** $\overrightarrow{BE}$ **d.** $\overrightarrow{FE}$

4. Dans la figure ci-contre, le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ est égal à :

a. $\overrightarrow{EA}$ **b.** $\overrightarrow{CB}$ **c.** $\overrightarrow{FE}$ **d.** $\overrightarrow{DB}$

5. Dans la figure ci-contre, le vecteur $\vec{u} - \vec{v}$ est égal à :

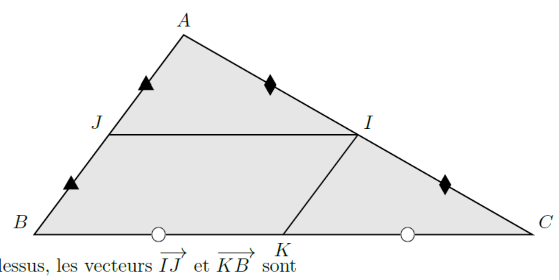
a. $\overrightarrow{EA}$ **b.** $\overrightarrow{CB}$ **c.** $\overrightarrow{FE}$ **d.** $\overrightarrow{DB}$

6. Dans la figure ci-contre, le vecteur $\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$ est égal à :

a. $\overrightarrow{EA}$ **b.** $\overrightarrow{CB}$ **c.** $\overrightarrow{FE}$ **d.** $\overrightarrow{DB}$

7. dans la figure ci-dessous, les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont

a. colinéaires **b.** égaux **c.** opposés **d.** non colinéaires



8. Dans la figure ci-dessus, les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{KB}$ sont

a. colinéaires **b.** égaux **c.** opposés **d.** non colinéaires

9. Dans la figure ci-dessus, les vecteurs $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{JA}$ sont

a. colinéaires **b.** égaux **c.** opposés **d.** non colinéaires

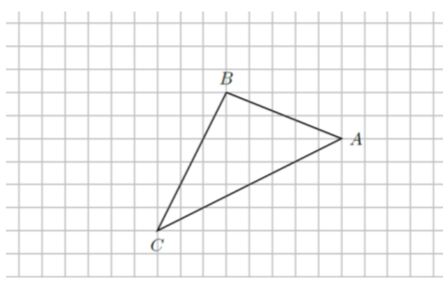
10. Dans la figure ci-dessus, quelles égalités sont vraies ?

a. $\overrightarrow{JI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ **b.** $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{IK}$ **c.** $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{BK}$ **d.** $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{BJ}$

Exercice n°24 Reproduire la figure sur quadrillage

On considère le triangle ABC, construire les points D, E et F tels que :

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{FB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$



Outils

Pour deux points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ dans un repère $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$,

- Les coordonnées du milieu $I(x_I;y_I)$ sont $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases}$;
- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$.
- Si le repère est orthonormé, la distance $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

Pour deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$,

- Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées.
- Le déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le réel $det(\vec{u};\vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy'-x'y$
- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Exercice n°25

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ dans un repère $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$.
Déterminer les coordonnées des vecteurs :

1. $\vec{u}+\vec{v}$; **2.** $-3\overrightarrow{u}$; **3.** $-3\overrightarrow{u}+2\overrightarrow{v}$

Exercice n°26

Dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$, on donne les points $A(-2;3)$; $B\left(\dfrac{1}{2};-1\right)$ et $C(5;1)$.

1. Calculer la distance AB.
2. Calculer les coordonnées du milieu E de $[BC]$.
3. Calculer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à A.

Exercice n°27

Dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$, on donne les points $A(1;3)$; $B(-2;7)$ et $C(-4;1)$.
Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice n°28

Dans un repère $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$, on donne les points $A(-1;3)$; $B(7;-1)$; $C(5;0)$; $D(4;2)$ et $E(0;4)$.

1. Démontrer que les points A, B et C sont alignés.
2. Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Rappel du cours

Dans un repère orthonormé, on considère :

✓ les points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$;

✓ les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Recopie et complète les pointillés.

- L'axe des abscisses a pour équation ...
  L'axe des ordonnées a pour équation ...
- Une droite parallèle à l'axe des abscisses a une équation de la forme ....
  Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme ....
- $y = mx+p$ est l'équation ... d'une droite non parallèle à l'axe des ....
- Si $x_A \neq x_B$ alors le coefficient directeur de la droite (AB) est $m = \cdots$.
- $ax+by+c=0$ avec $(a;b)\neq(0;0)$ est une équation ... de droite.
- Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est **un** vecteur directeur de d.
- tout vecteur colinéaire à $\vec{u}$ est un vecteur directeur de d.

Exercice n°29

On se place dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Représenter d la droite d'équation $2x-3y+7=0$.
2. Donner l'ordonnée du point A de la droite d d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$.
3. Donner l'abscisse du point B de la droite d d'ordonnée 1.

Exercice n°30

Dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points $A(2;4)$; $B(-1;1)$ et $C(5;10)$

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ passant pas C et parallèle à (AB).

Exercice n°31

✷ Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. Tracer les droites d_1 et d_2 d'équation respectives $y = -0,5x - 2$ et $y = 4x - 20$.

2. **a.** Tracer la droite d_3 passant par le point $A(-2;5)$ et de coefficient directeur $m = -\dfrac{3}{2}$.

b. Déterminer l'équation réduite de d_3.

3. **a.** Justifier que les droites d_1 et d_2 sont sécantes.

b. Calculer les coordonnées du point M d'intersection des droites d_1 et d_2.

c. Le point M appartient-il à d_3 ?
Si c'est le cas, on dit que les droites d_1, d_2 et d_3 sont concourantes en M.

V. Probabilités

Exercice n°32

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, seule une réponse parmi celles proposées est exacte.

1. À Noël, Robin s'est fait offrir la trilogie des films « Batman » (trois films, sortis en 2005, 2008 et 2012). Il insère au hasard l'un des DVD dans son lecteur. Quel est la probabilité que ce soit le film le plus récent ?

a. $\frac{1}{6}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{1}{2}$ **d.** $\frac{2}{3}$

2. Robin place les trois DVD côte à côte, mais au hasard, sur une étagère. Quelle est la probabilité que les films soient rangés dans l'ordre chronologique de gauche à droite ?

a. $\frac{1}{6}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{1}{2}$ **d.** $\frac{2}{3}$

3. On tire au hasard deux cartes dans un jeu de 32. On note A l'événement : « Obtenir au moins un roi ». L'événement $\overline{A}$ est :

a. « Obtenir un roi » **c.** « Obtenir au moins une dame »

b. « N'obtenir aucun roi » **d.** « Obtenir deux rois »

4. A et B sont deux événements issus d'une même expérience aléatoire.
Sachant que $p(B) = 0,3$; $p(A \cap B) = 0,1$ et $p(A \cup B) = 0,5$, on peut dire que la probabilité de l'évènement A est :

a. 0,1 **b.** 0,2 **c.** 0,3 **d.** 0,4

5. On lance une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir « Pile » est :

a. 0,25 **b.** 0,5 **c.** 0,75 **d.** 1

6. On lance 2 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir deux fois « Pile » est :

a. 0,25 **b.** 0,5 **c.** 0,75 **d.** 2

7. On lance 8 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir huit fois « Pile » est :

a. $\frac{1}{8}$ **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** environ 0,001 **d.** environ 0,004

Exercice n°33

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.
On considère les événements suivants :
A : « Tirer un trèfle » et B : « Tirer un roi ».

1. Déterminer les probabilités des événements A et B.

2. Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$ puis calculer sa probabilité.

3. Définir par une phrase les événements $A \cup B$ et $A \cap B$ puis calculer leur probabilité.

Exercice n°34

✷ Une roue de loterie est formée de cinq secteurs. La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

Secteur	1	2	3	4	5
Probabilité	0,2	0,25	0,1	p_4	p_5

1. Déterminer p_4 et p_5 sachant que p_5 est le double de p_4.

2. On lance cette roue puis on attend l'arrêt.

a. Quelle est la probabilité que la flèche indique un multiple de 2 ?

b. Quelle est la probabilité que la flèche indique un secteur avec un numéro inférieur ou égal à 3 ?

Exercice n°35

Dans un lycée de 1 280 élèves, 300 élèves se font vacciner contre la grippe.
Pendant l'hiver, il y a une épidémie de grippe et 10% des élèves contractent la maladie.
De plus, 3% des élèves vaccinés ont la grippe.
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Compléter le tableau

	Nombre d'élèves ayant eu la grippe	Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe	Total
Nombre d'élèves vaccinés			
Nombre d'élèves non vaccinés			
Total			

2. On choisit au hasard un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisi.
Calculer la probabilité des événements suivants :
A : « L'élève a été vacciné » ;
B : « L'élève a eu la grippe » ;
C : « L'élève a été vacciné et a eu la grippe ».

3. On choisit au hasard un des élèves non vaccinés.
Calculer la probabilité que cet élève ait eu la grippe.

VI. POUR ALLER PLUS LOIN

Utilisation de l'expression conjuguée

L'expression conjuguée de $3+\sqrt{5}$ est $3-\sqrt{5}$.
On utilise l'expression conjuguée pour écrire un quotient sans radical au dénominateur.

$$N = \frac{2}{3+\sqrt{5}}$$

$$N = \frac{2}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$$

$$N = \frac{2\times\left(3-\sqrt{5}\right)}{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}$$

$$N = \frac{2\times\left(3-\sqrt{5}\right)}{3^2-\sqrt{5}^2}$$

$$N = \frac{2\times\left(3-\sqrt{5}\right)}{4}$$

$$N = \frac{2\times\left(3-\sqrt{5}\right)}{2\times 2}$$

$$N = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

Exercice n°36 **

Ecrire sans radical au dénominateur et simplifier les expressions suivantes.

1. $A = \dfrac{3}{\sqrt{5}+1}$;

2. $B = \dfrac{-2}{\sqrt{7}-2}$;

3. $C = \dfrac{1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$;

4. $D = \dfrac{6-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}$.

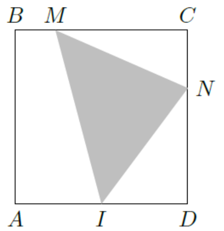
Exercice n°37 **

1. Le nombre $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé le **nombre d'or**. Montrer que $\phi^2-\phi-1=0$.

2. Montrer que, pour tout n de $\mathbb{N}$, $\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$.

Exercice n°38 **

$ABCD$ est un carré de côté 6 cm. I est le milieu de $[AD]$.
M est un point de $[BC]$ et N un point de $[CD]$ tels que $BM = CN = x$.
Exprimer l'aire du triangle IMN en fonction de x.



Exercice n°39 **

✷ On considère deux nombres réels x et y dont la somme est 20.
On souhaite que leur produit P soit supérieur ou égal à 91.

1. Exprimer y en fonction de x.

2. Démontrer que résoudre l'inéquation $P \geqslant 91$ revient à résoudre l'inéquation $(7-x)(13-x) \leq 0$

3. Conclure.